Devoir à la maison

Exercice 1

Soit deux liaisons pivot dans une chaîne ouverte, encastrées au bâti 0.

On associe à chaque solide un repère de même numéro.

La liaison pivot entre le solide 0 et le solide 1 est d'axe vertical *$(A,\vec{z}_0)$* et est de paramètre $\alpha=(\vec{x}_0,\vec{x}_1)$.

La liaison pivot entre le solide 1 et le solide 2 est d'axe $(A,\vec{x}_1)$ et est de paramètre $\beta=(\vec{y}_1,\vec{y}_2)$.

1) Tracer le schéma cinématique en 3D et en couleur.

2) Réaliser les figures de changement de base de la même couleur. Peut-on les rassembler en une seule ?

3) Tracer le graphe des liaisons.

4) Ecrire les vecteurs vitesse de rotation.

5) Déterminer les produits scalaires suivants :

$$\vec{x}_0.\vec{x}_0$$
$$\vec{x}_0.\vec{z}_0$$
$$\vec{x}_0.\vec{x}_1$$
$$\vec{x}_0.\vec{y}_1$$
$$\vec{x}_0.\vec{y}_2$$

Aide : quand deux vecteurs ne sont pas dans une même figure de changement de base. Pour réaliser le produit scalaire, il faut projeter un vecteur dans une base (par exemple ici $\vec{y}_2$ dans B_1).

6) Déterminer les produits vectoriels suivants :

$$\vec{x}_0 \wedge \vec{x}_0$$
$$\vec{x}_0 \wedge \vec{z}_0$$
$$\vec{z}_0 \wedge \vec{x}_0$$
$$\vec{x}_0 \wedge \vec{x}_1$$
$$\vec{x}_0 \wedge \vec{y}_1$$
$$\vec{y}_2 \wedge \vec{y}_1$$
$$\vec{x}_0 \wedge \vec{y}_2$$
$$\vec{x}_0 \wedge \vec{z}_2$$

7) Déterminer le produit mixte suivant :

$$\vec{x}_0.(\vec{x}_0 \wedge \vec{z}_2)$$

Exercice 2

On s'intéresse à un carrousel 1 qui tourne par rapport au sol 0 autour d'un axe fixe $(O, \vec{z}_0)$. Soit $\overrightarrow{OA} = R\,\vec{x}_1$ et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ le paramètre du mouvement.

1) Réaliser un schéma avec une figure de changement de base dessus.

2) Ecrire le vecteur position $\overrightarrow{OA}$.

3) <u>Exceptionnellement</u>, écrire ce vecteur $\overrightarrow{OA}$ dans la base 0.

4) <u>Exceptionnellement</u>, calculer la vitesse de A dans le repère 0, $\vec{V}(A, 1/0) = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_0$.

5) <u>Exceptionnellement</u>, écrire $\vec{y}_1$ dans la base 0 puis montrer que $\vec{V}(A, 1/0) = R\dot{\theta}\vec{y}_1$.

6) Que peut-on dire de la direction d'un vecteur de norme constante et de sa dérivée ?

<u>Formule de Bour : relation de dérivation vectorielle</u>

La dérivée par rapport au temps d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans une base *0* se calcule à partir de sa dérivée dans une base *1* et du vecteur rotation du mouvement 1/0.

$$\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_0 = \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_1 + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{AB}$$

7) Calculer $\vec{V}(A, 1/0) = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_0$ avec la relation de dérivation vectorielle et retrouver le résultat de la question 5.

<u>Relation de Varignon :</u>

L'hypothèse **d'indéformabilité** des solides considérés permet de montrer que pour tout couple de points A et B fixes dans le solide 2 :

$$\boxed{\vec{V}(B, 2/1) = \vec{V}(A, 2/1) + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{\Omega}(2/1)}$$

8) Calculer $\vec{V}(A, 1/0)$ avec la relation de Varignon et retrouver le résultat de la question 4.

9) Déterminer l'accélération du point A dans le repère 0, $\vec{a}(A, 1/0) = \left[\frac{d\vec{V}(A,1/0)}{dt}\right]_0$ avec la relation de dérivation vectorielle et montrer que $\vec{a}(A, 1/0) = -R\dot{\theta}^2\vec{x}_1 + R\ddot{\theta}\vec{y}_1$

On considère maintenant $\dot{\theta} =$ constante.

10) Que devient le vecteur accélération ?

11) Dessiner les 3 vecteurs position, vitesse et accélération en vue de dessus.

12) Que peut-on dire de la direction de ses vecteurs ?